2 Beweging

Als een parachutespringer net uit een vliegtuig is gesprongen, voelt hij de wind langs zijn oren suizen. Een paar seconden lang heeft hij een raar gevoel in zijn maag, doordat de snelheid sterk toeneemt. Als de parachute eenmaal open is, is de spanning weg en daalt hij langzaam naar de aarde.
In dit hoofdstuk lees je hoe je bewegingen kunt vastleggen. Het verband tussen plaats, snelheid en versnelling wordt duidelijk. Ingewikkelde bewegingen pak je aan met de numerieke rekenmethode.

ThiemeMeulenhoff

Soms kun je met het blote oog niet zien wie de winnaar is. Dan bestudeer je de finishfoto om te bepalen wie als eerste de eindstreep is gepasseerd. Hoe leg je de laatste meters van de sprinters vast?

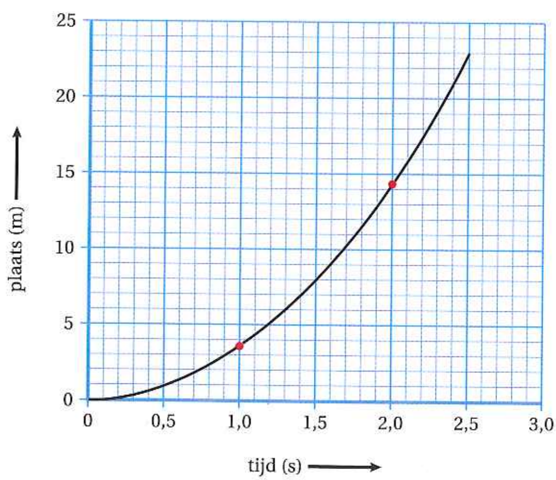
Figuur 2.1

2.1 Onderzoek naar bewegingen

Het (plaats, tijd)-diagram

Wil je de beweging van een sprinter beschrijven, dan moet je weten waar hij op elk moment is. Je kunt met een aantal mensen langs de baan gaan staan en de afstand meten tot het startpunt. Deze afstand heet de **plaats** x. Op het moment dat de sprinter vertrekt, drukt iedereen de stopwatch in en meet de tijd waarop de sprinter langs komt. De metingen zet je in een **(plaats, tijd)-diagram** of (x,t)-diagram.

Het (x,t)-diagram van de start staat in figuur 2.2. Na 1,0 s heeft de sprinter een afstand van 3,6 m afgelegd. Op $t = 2{,}0$ s is dat 14,4 m. Dus tussen $t = 1{,}0$ s en $t = 2{,}0$ s heeft de sprinter een afstand van 14,4 - 3,6 = 10,8 m afgelegd. Deze afstand 10,8 m heet **verplaatsing**.
Het symbool van verplaatsing is Δx. Het symbool Δ gebruik je om een verandering aan te geven.



Figuur 2.2

Voor de verplaatsing geldt:

$$\Delta x = x_{\text{eind}} - x_{\text{begin}}$$

- Δx is de verplaatsing in m.
- x_{eind} is de plaats aan het eind in m.
- x_{begin} is de plaats aan het begin in m.

De verplaatsing is het verschil tussen twee plaatsen. Dat verschil is meestal positief maar kan ook negatief zijn.

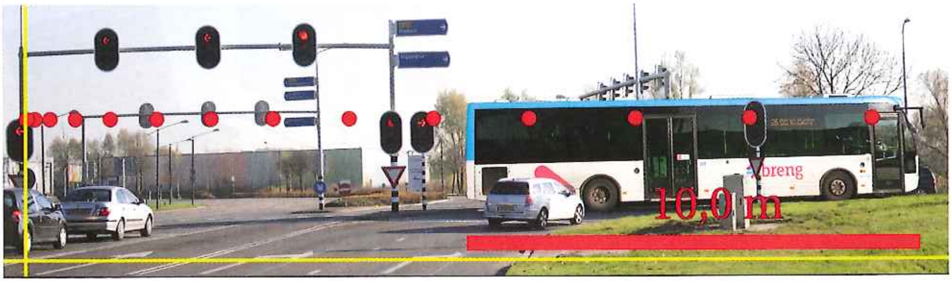
Voorbeeld
Klaas-Jan staat op een balkon op een hoogte van 10 m. Hij trapt een bal de lucht in. De bal krijgt een maximale hoogte van 35 meter boven de grond.
Voor de verplaatsing van de bal van het balkon naar het hoogste punt geldt:
$\Delta x = 35 - 10 = 25$ m.
Voor de verplaatsing van de bal van het balkon naar de grond geldt:
$\Delta x = 0 - 10 = -10$ m.

Opmerking
In plaats van Δx kun je ook het symbool s gebruiken. Let op het verschil tussen de grootheid s en de eenheid s:
- $s = 10$ m betekent: de afstand is tien meter.
- $t = 10$ s betekent: de tijd is tien seconde.

Videometen

▶ **practicum**
Videometing

Videometen is één van de manieren om een beweging vast te leggen. Je filmt dan een bewegend voorwerp en legt de beweging vast op een aantal afzonderlijke beeldjes. Daarbij is bekend hoeveel beeldjes je per seconde maakt tijdens het filmen. Je kunt dus van elk beeldje het tijdstip berekenen waarop het gemaakt is. Op elk beeldje markeer je met een computerprogramma hetzelfde punt van het bewegende voorwerp. Als op de foto de werkelijke grootte van een voorwerp bekend is, kun jij of de computer bij elk tijdstip de plaats van het voorwerp berekenen ten opzichte van de plaats op het eerste beeldje.

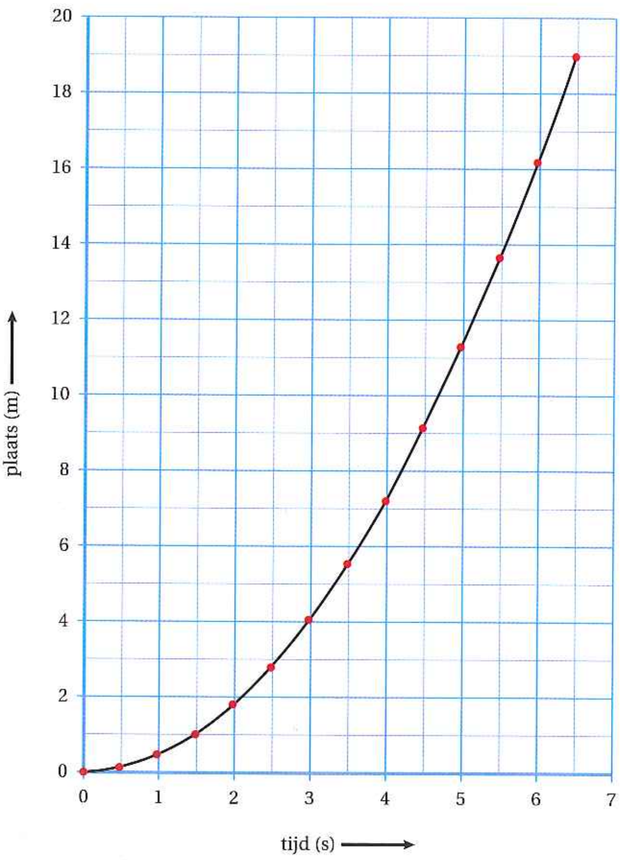


Figuur 2.3

In figuur 2.3 zie je het resultaat van een videometing. Je ziet één beeldje van de film. De rode stippen zijn de posities van de voorkant van de bus op de andere beeldjes. Dit heet het **spoor** van de bus. Ook de werkelijke lengte van de bus is aangegeven. Het computerprogramma maakt van figuur 2.3 het (x,t)-diagram van figuur 2.4.

Als je zelf de plaats van de bus op $t = 4{,}0$ s wilt bepalen, moet je eerst berekenen hoeveel beeldjes er al op dat tijdstip gemaakt zijn.
Bij deze videometing is het tijdsverschil tussen de gemarkeerde beeldjes een halve seconde. Is het eerste beeldje op $t = 0{,}0$ s gemaakt, dan is het negende beeldje op $t = 4{,}0$ s gemaakt. Vervolgens meet je in figuur 2.3 de afstand van de eerste stip tot de negende stip. Die afstand is 4,25 cm. Op de foto is de lengte van de bus 5,95 cm = 0,0595 m. De bus heeft in werkelijkheid een lengte van 10,0 m.

De foto is dus $\frac{10{,}0}{0{,}0595} = 168$ keer verkleind. Dus 4,25 cm is in werkelijkheid gelijk aan $0{,}0425 \times 168 = 7{,}14$ m. Weet je bij elke stip de plaats en de tijd, dan kun je het (plaats, tijd) diagram van figuur 2.4 maken.



Figuur 2.4

Stroboscopische foto

Figuur 2.5

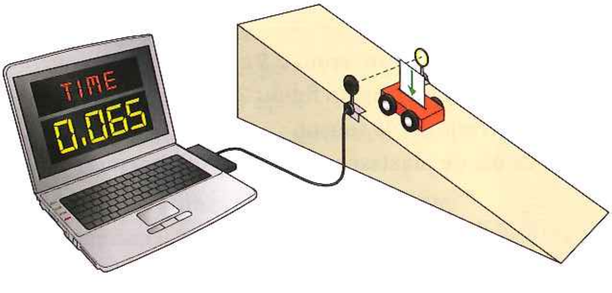
Een beweging kun je ook vastleggen door een **stroboscopische foto** te maken. Een **stroboscoop** is een lamp die in een vast ritme zeer kortdurende lichtflitsen uitzendt. Het aantal flitsen per seconde kun je instellen. Fotografeer je een bewegend voorwerp bij stroboscopische belichting, dan blijft de sluiter van het fototoestel open staan.
Als de lamp niet flitst is de ruimte donker. Maak je bijvoorbeeld een foto van de start van een sprinter, dan wordt bij iedere flits het beeld van de sprinter vastgelegd.
Zo ontstaat één foto met meerdere beeldjes. Net als bij een videometing is het nodig om een bekende afstand in beeld te hebben, zodat je de werkelijke afstand kunt berekenen. In figuur 2.5 zie je het effect van een stroboscopische foto.

Ultrasone plaatssensor

Je kunt **ultrasoon geluid** gebruiken om de plaats van een voorwerp te bepalen. De frequentie van ultrasoon geluid is zo hoog dat mensen het niet kunnen horen. Een **ultrasone plaatssensor** zendt heel kort een toon uit. Het voorwerp kaatst het geluid terug en de sensor vangt de teruggekaatste toon weer op. De sensor meet de tijd tussen het uitzenden en ontvangen. Uit deze tijd en de geluidssnelheid berekent de sensor de afstand tot het voorwerp.

Lichtpoortje met timer

Een **lichtpoortje** bestaat uit een lichtbron en een lichtsensor. Als een voorwerp tussen de lichtbron en de lichtsensor doorgaat, ontvangt de lichtsensor geen licht. Sluit je het lichtpoortje aan op een timer, dan meet je hoe lang de sensor geen licht ontvangt. Zie figuur 2.6. Uit de lengte van het voorwerp en de gemeten tijd kun je dan de snelheid van het voorwerp berekenen.



Figuur 2.6

Opgaven

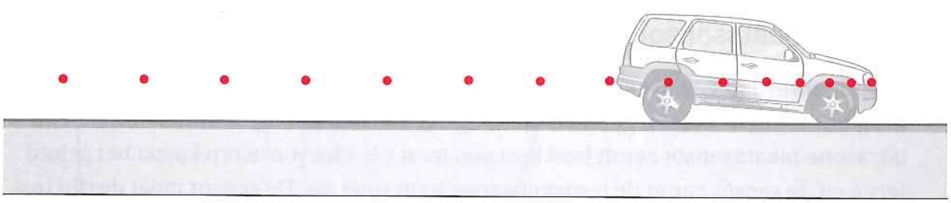
▶ hulpblad 1 De bus uit figuur 2.3 is 10 m lang. De bus is gefilmd door een camera die elke seconde twee beeldjes maakt. De bus trekt op vanuit stilstand. Het eerste beeldje is op $t = 0$ s.

a Leg uit hoe je aan figuur 2.3 ziet dat de bus steeds sneller gaat.

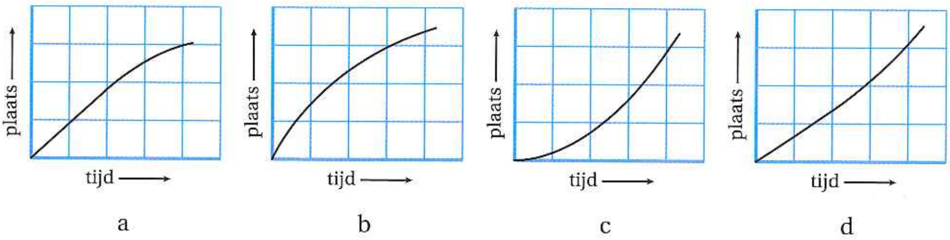
b Toon aan dat tussen het derde en het negende beeldje 3,0 s verstreken is.

c Toon aan de hand van figuur 2.3 aan dat de verplaatsing van de bus tijdens deze 3,0 s overeenkomt met het diagram in figuur 2.4.

2 Je maakt met je telefoon een video van de noodstop van een auto. De auto komt van links aanrijden. Met een videometing geef je telkens de plaats van de voorkant van de auto aan. Figuur 2.7 geeft het resultaat schematisch weer.
In figuur 2.8 staan vier diagrammen.
Leg uit welk diagram bij de beweging hoort.



Figuur 2.7



Figuur 2.8

▶ werkblad 3 Esmee laat een karretje van een helling afrollen. In figuur 2.9 zie je de opstelling. Een ultrasone plaatssensor registreert de beweging. In figuur 2.10 staat het (x,t)-diagram. Hierin is x de afstand van het karretje tot de sensor.

a Waarom is het prettig voor Esmee dat de plaatssensor werkt met ultrasoon geluid?

De sensor bevindt zich bovenaan de helling.

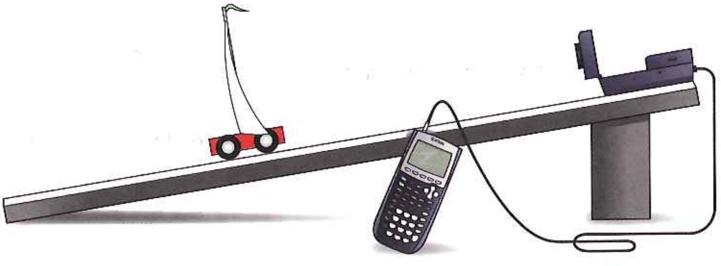
b Hoe zie je dit aan het diagram?

Op $t = 0{,}0$ s werd het karretje vlak voor de sensor losgelaten. De sensor registreert het karretje niet als het op een kleine afstand van de sensor is.

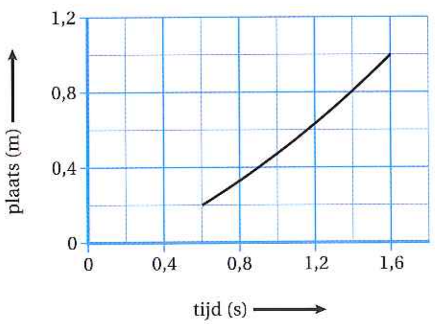
c Bepaal de minimale afstand waarop de sensor werkt.

Jesse voert dezelfde proef uit. Maar nu staat de sensor onderaan de helling.

d Schets in figuur 2.10 het (x,t)-diagram als de sensor onderaan de helling staat.



Figuur 2.9



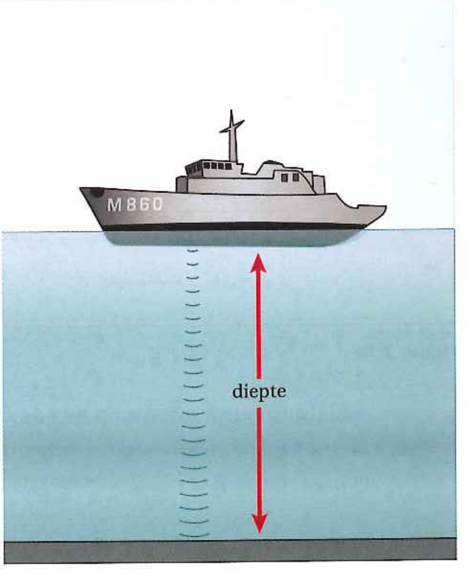
Figuur 2.10

4 Een onderzoeker wil de diepte van de zee rond de Noordpool meten. Zie figuur 2.11. Daarvoor gebruikt hij een ultrasone plaatssensor. Hij neemt aan dat temperatuur van het zeewater gelijk is aan 0 °C (= 273 K). De sensor vangt het geluid 0,24 s na het uitzenden weer op.

a Bereken de diepte van de zee als de temperatuur 0 °C is.

De temperatuur van het water is echter hoger dan 0 °C.

b Is de berekende diepte te groot of te klein? Licht je antwoord toe.



Figuur 2.11

$v = \frac{s}{t} = \frac{0{,}70}{0{,}05} = 14 \text{ m/s} = 50 \text{ km/h.}$

▶ **hulpblad** 5 Om de snelheid van auto's te meten, liggen twee kabels op de weg. Zie figuur 2.12. Elke keer als een wiel over een kabel rijdt, stijgt de druk in de kabel. In figuur 2.13 zie je hoe de druk verandert tijdens het passeren van een auto. De afstand tussen de kabels is 70 cm.

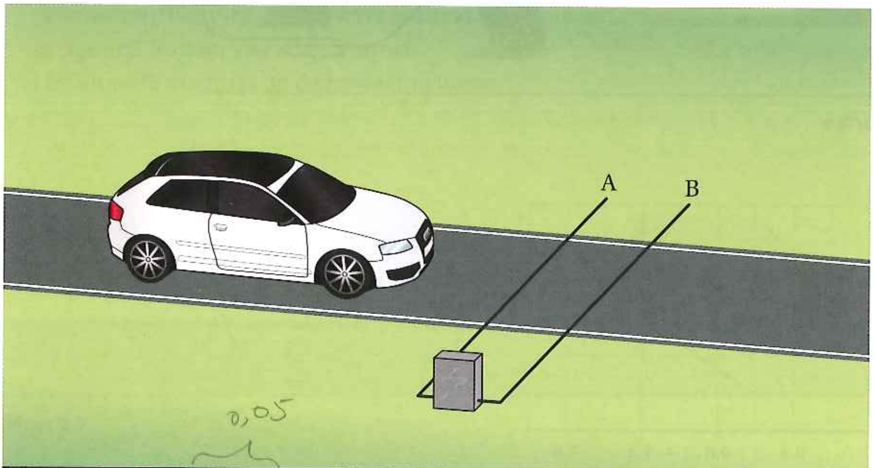
a Toon aan dat de snelheid van de auto gelijk is aan 50 km/h.

Met behulp van figuur 2.13 kun je de lengte van de auto schatten.

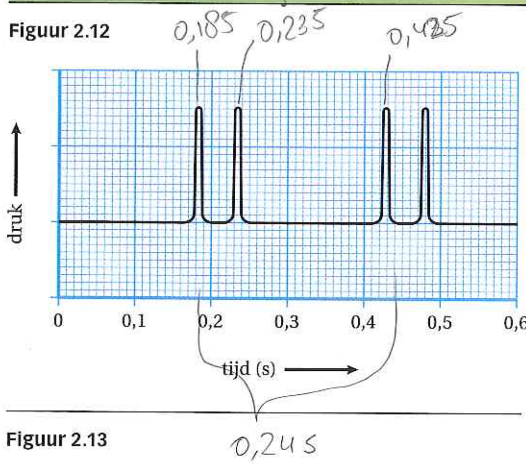
b Kies uit een van de vier mogelijke antwoorden en licht je antwoord toe.

A 1,5 m
B 2,5 m
C 3,5 m
D 4,5 m

$s = v \cdot t = 14 \cdot 0{,}24 = 3{,}4 \text{ m.}$
↳ voorwiel over A
tot achterwiel over A



Figuur 2.12



Figuur 2.13

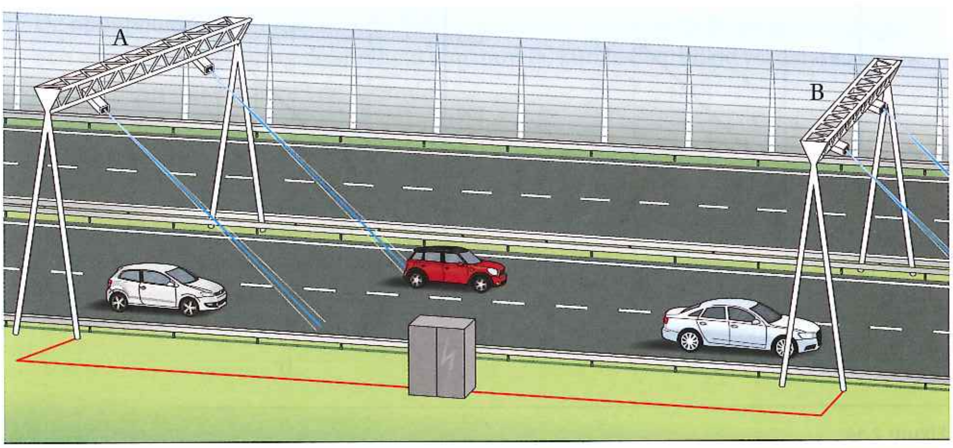
Bij trajectcontrole wordt over een afstand van enkele kilometers de gemiddelde snelheid van elke passerende auto bepaald. Is die snelheid te hoog dan krijg je een boete. Of is het toch mogelijk om te hard te rijden? Hoe werkt trajectcontrole en wat is gemiddelde snelheid?

Figuur 2.14

2.2 Eenparig rechtlijnige beweging

Gemiddelde snelheid

Trajectcontrole maakt gebruik van twee camera's die het nummerbord van een auto fotograferen: één aan het begin van het traject (A), en één aan het einde van het traject (B). Ook het tijdstip waarop een foto is gemaakt, wordt vastgelegd.



Figuur 2.15

Omdat de afstand tussen A en B bekend is, kan een computer de gemiddelde snelheid berekenen.

Voor de **gemiddelde snelheid** geldt:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in meter per seconde.
- Δx is de verplaatsing in meter.
- Δt is de benodigde tijd in seconde.

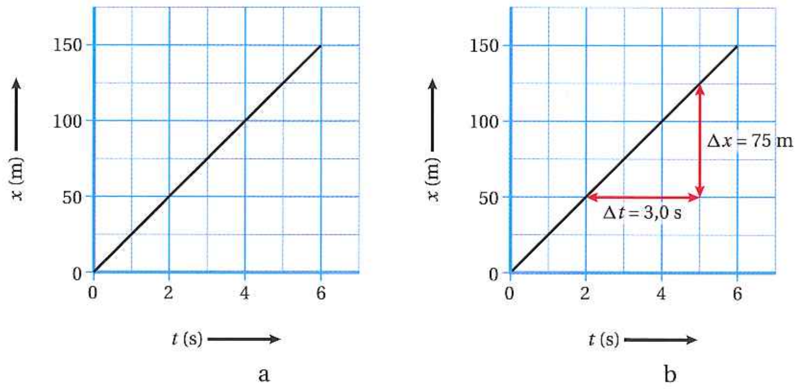
Druk je de gemiddelde snelheid uit in km/h dan moet Δx in km en Δt in uur. Geldt op een traject van 4,0 km een maximumsnelheid van 80 km/h dan moet je daar minstens $\frac{4{,}0}{80} = 0{,}050$ h = 3,0 min over doen.

Constante snelheid

In figuur 2.16 zie je een (x,t)-diagram van een auto. De auto legt in 6,0 s een traject af van 150 m. De gemiddelde snelheid is:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{150}{6{,}0} = 25 \text{ m/s}$$

De auto legt elke seconde 25 meter af. Dit geldt voor elke combinatie van Δx en Δt. Omdat de snelheid van de auto niet verandert, is de snelheid van de auto gelijk aan de gemiddelde snelheid. Je zegt dat de auto een **constante snelheid** heeft. In plaats van het symbool v_{gem} gebruik je dan het symbool v.

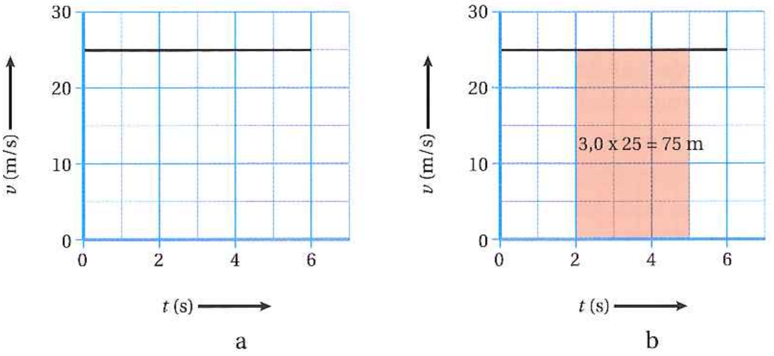


Figuur 2.16

Een beweging langs een rechte lijn met een constante snelheid heet een **eenparige rechtlijnige beweging**. Meestal zeg je alleen maar **eenparige beweging**.
Je ziet aan figuur 2.16a dat de grafiek in het (x,t)-diagram van de eenparige beweging een rechte lijn is. Dat komt doordat elke seconde de plaats x evenveel toeneemt.
Je zegt dan: 'de steilheid is overal even groot'.

In figuur 2.16b zie je dat tussen $t = 2{,}0$ s en $t = 5{,}0$ s de plaats toeneemt van 50 m tot 125 m. De steilheid van de (x,t)-grafiek is dan gelijk aan $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{75}{3{,}0} = 25$ m/s.

De **steilheid van de (x,t)-grafiek** is dus gelijk aan de **snelheid**.
Van deze beweging kun je ook een **(snelheid, tijd)-diagram** maken. Zie figuur 2.17a.
Omdat de snelheid constant is, is de grafiek een rechte lijn evenwijdig aan de tijdas.
De snelheid heeft immers op elk tijdstip dezelfde waarde.



Figuur 2.17

Evenals uit een (x,t)-diagram kun je uit een (v,t)-diagram de verplaatsing bepalen.
Dat doe je met de **oppervlaktemethode**. Zie figuur 2.17b. Je ziet dat de oppervlakte tussen $t = 2{,}0$ s en $t = 5{,}0$ s gelijk is aan $3{,}0 \times 25 = 75$ m. Dat klopt met figuur 2.16b, de automobilist heeft inderdaad 75 m in 3,0 s afgelegd.
De **oppervlakte onder een (v,t)-grafiek** is dus gelijk aan de **verplaatsing**. Omdat bij een eenparige beweging de snelheid constant is, kun je daarbij de verplaatsing ook eenvoudig berekenen met de formule:

$$s = v \cdot t$$

- s is de verplaatsing in meter.
- v is de snelheid in meter per seconde.
- t is de benodigde tijd in seconde.

Opgaven

▶ werkblad 6 Tony bestudeert de beweging van een optrekkende brommer.

a Leg uit dat de beweging van een optrekkende brommer geen eenparige beweging kan zijn.

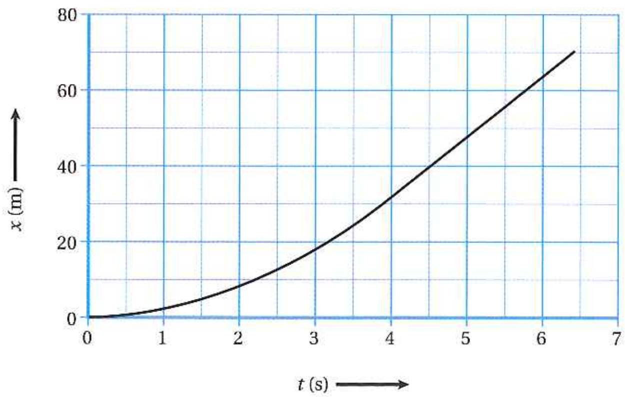
In figuur 2.18 zie je het (x,t)-diagram van de optrekkende brommer.

b Hoe zie je aan het diagram dat de beweging van de brommer geen eenparige beweging is?

Na 4,0 s is de beweging van de brommer wél eenparig.

c Leg uit hoe je dat aan het (x,t)-diagram kunt zien.

d Bepaal de (gemiddelde) snelheid van de brommer tussen $t = 4{,}0$ en $t = 6{,}0$ s.



Figuur 2.18

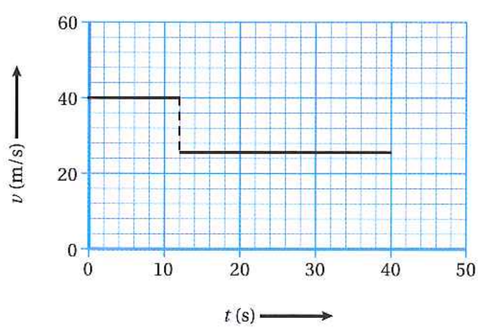
▶ hulpblad 7 Op een traject geldt een maximumsnelheid van 120 km/h. Door middel van trajectcontrole wordt de gemiddelde snelheid van een auto over een afstand van 1,0 km vastgesteld. Op $t = 0$ s is een auto aan het begin van het traject. In figuur 2.19 is het (v,t)-diagram van de autorit gegeven.

a Toon aan dat de snelheid op $t = 0$ s hoger is dan de maximumsnelheid.

b Toon aan dat de automobilist na 33 s het traject van 1,0 km afgelegd heeft.

c Welke gemiddelde snelheid berekent de computer voor de auto? Licht je antwoord toe.

d Leg uit of de automobilist een boete krijgt.



Figuur 2.19

8 Als het onweert, ontstaan de lichtflits en de donder tegelijkertijd. Op een zomeravond is het 20 °C (= 293 K) en het onweert. Je ziet eerst de lichtflits en hoort 4,25 s later de donder.

a Bereken hoever het onweer weg was. Verwaarloos de tijd die het licht nodig heeft voor deze afstand.

b Leg uit waarom je geen rekening hoeft te houden met de tijd die het licht nodig heeft.

▶ hulpblad 9 's Ochtends fiets je om 7:53h weg van huis. Je moet om 8:25h op school aankomen. De afstand van je huis naar school is 7,2 km. Wil je op tijd op school komen dan heeft je gemiddelde snelheid een minimale waarde.

a Bereken deze minimale gemiddelde snelheid uitgedrukt in km/h.

Je fietst met een constante snelheid van 18 km/h naar school. Na 15,0 minuten loopt je ketting van je fiets. Je probeert je fiets te repareren, maar na 7 minuten geef je het op. Je loopt daarna met je fiets aan de hand met een snelheid van 6,0 km/h verder naar school.

b Toon aan dat je nog 27 minuten naar school moet lopen.

c Bereken hoe laat je op school aankomt.

d Teken een (x,t)-diagram van de gehele beweging.

10 Een jachtluipaard is het snelste landdier ter wereld. Zijn maximale snelheid is 110 km/h. Die snelheid houdt hij slechts over een afstand van 500 m vol. Na die 500 m daalt zijn snelheid tot 70 km/h. Een gazelle heeft een maximumsnelheid van 80 km/h maar houdt die langer vol. Een jachtluipaard weet een gazelle tot op een afstand van 90 m te besluipen. Zodra de luipaard zijn sprint inzet, rent de gazelle weg. Verwaarloos de afstand die het luipaard en de gazelle afleggen voordat ze hun maximumsnelheid bereiken.

a Toon aan dat de jachtluipaard zijn maximale snelheid 16,4 s volhoudt.

b Bereken de afstand die de gazelle in 16,4 s aflegt.

c Leg uit of het luipaard de gazelle vangt.

De sprintster rent niet direct weg op maximale snelheid.
Wat is de snelheid op elk tijdstip?
Hoe verandert de snelheid tijdens de sprint? Na hoeveel tijd bereikt zij haar maximale snelheid?

Figuur 2.20

2.3 Snelheid in een (plaats, tijd)-diagram

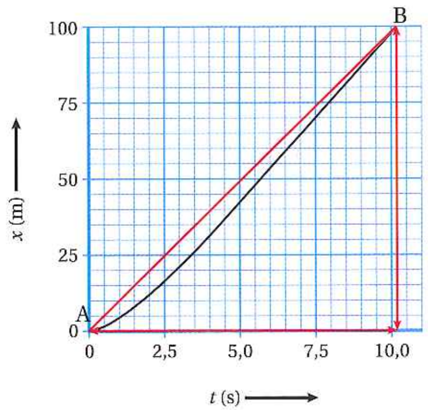
Gemiddelde snelheid

Een sprintster rent 100 meter. Haar eindtijd is 10,1 s. De gemiddelde snelheid is dan

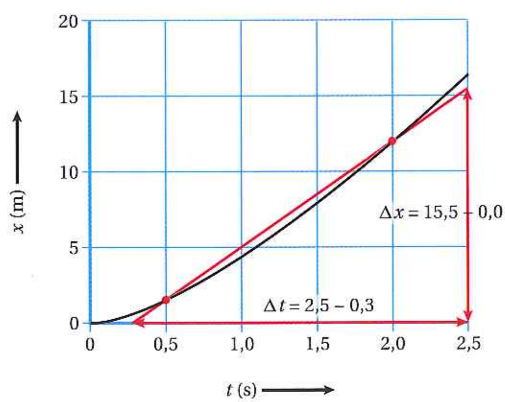
$$\frac{100}{10{,}1} = 9{,}90\ \text{m/s}.$$

In figuur 2.21 zie je het (x,t)-diagram van de sprint. De rechte AB noem je een **snijlijn**. De gemiddelde snelheid van de sprintster volgt ook uit de steilheid van de snijlijn.

$$v_{\text{gem}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{snijlijn}} = \frac{100{,}0 - 0{,}0}{10{,}1 - 0{,}0} = 9{,}90\ \text{m/s}$$



Figuur 2.21



Figuur 2.22

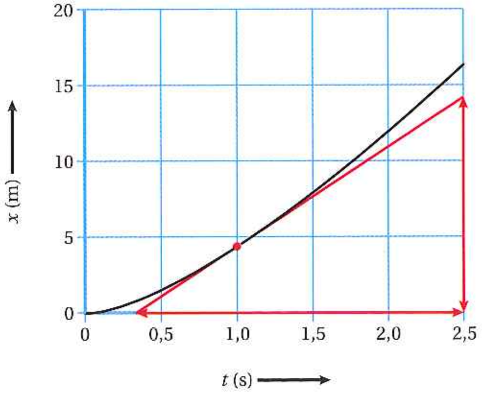
De snelheid aan het begin van de sprint is lager dan 9,90 m/s. In figuur 2.22 staat het (x,t)-diagram van de start van de sprintster. De gemiddelde snelheid tussen $t = 0{,}5$ s en $t = 2{,}0$ s kun je weer bepalen door de snijlijn te tekenen. Om de gemiddelde snelheid zo nauwkeurig mogelijk te bepalen, verleng je de lijn aan beide kanten. De berekening wordt dan:

$$v_{gem} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{snijlijn} = \frac{15{,}5 - 0{,}0}{2{,}50 - 0{,}30} = \frac{15{,}5}{2{,}20} = 7{,}05 \text{ m/s}$$

De steilheid van de lijn AB is kleiner dan de steilheid van het laatste gedeelte van de grafiek. De snelheid van de sprintster is daar groter dan 9,90 m/s.

Snelheid op een tijdstip

Je ziet dat de eindsnelheid van de sprintster niet gelijk is aan de gemiddelde snelheid. De grafiek in het (x,t)-diagram van de sprintster loopt steeds steiler: de snelheid van de sprintster wordt steeds groter. De **snelheid op een tijdstip** bepaal je met de steilheid van de grafiek. Is de grafiek een kromme, dan moet je eerst de raaklijn tekenen.



Figuur 2.23

In figuur 2.23 zie je een raaklijn aan de grafiek bij $t = 1{,}0$ s. De snelheid op $t = 1{,}0$ s is dan gelijk aan de steilheid van de raaklijn. Deze manier van snelheid bepalen heet de **raaklijnmethode**.

Voor de snelheid op $t = 1{,}0$ s geldt dus:

$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{raaklijn} = \frac{14{,}0 - 0{,}0}{2{,}50 - 0{,}35} = 6{,}51 \text{ m/s}$$

Afgeleide bepalen, differentiëren

Met de raaklijnmethode kun je van een (x,t)-grafiek een (v,t)-grafiek maken. Daarvoor moet je op veel tijdstippen de steilheid van de raaklijn bepalen. Als je de formule van de plaats x als functie van de tijd t kent, dan kun je de snelheid op elk tijdstip berekenen. Deze methode leer je bij de wiskunde en heet **differentiëren** of het bepalen van de **afgeleide**.

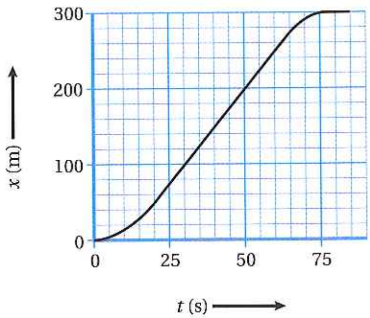
In plaats van $v = \left(\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$ noteer je dan: $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

Natuurkundig gezien is er geen verschil tussen beide notaties. Je gebruikt dus ook de raaklijnmethode als je de formule $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ ziet staan.

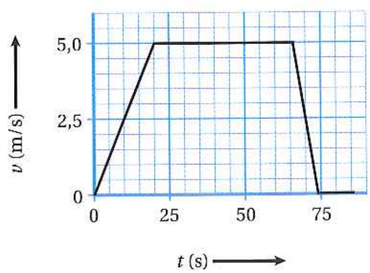
Het (plaats, tijd)-diagram en (snelheid, tijd)-diagram

In figuur 2.24 zie je het (x,t)-diagram van Marieke die op haar fiets stapt en 300 m verderop een brief gaat posten.

Met de raaklijnmethode kun je van een (x,t)-diagram een (v,t)-diagram maken. Je moet dan op veel tijdstippen de steilheid van de raaklijn bepalen. In figuur 2.25 zie je het (v,t)-diagram van Marieke.



Figuur 2.24



Figuur 2.25

De snelheid op bijvoorbeeld $t = 40{,}0$ s kun je in beide diagrammen bepalen. In het (v,t)-diagram van figuur 2.25 lees je af dat de snelheid gelijk is aan 5,0 m/s.
In het (x,t)-diagram van figuur 2.24 is de grafiek tussen $t = 20$ s en $t = 60$ s een rechte lijn. De snelheid op $t = 40$ s is dus gelijk aan de steilheid van de rechte lijn. Verleng je deze rechte lijn, dan gaat de grafieklijn door de punten (10; 0) en (70; 300).

$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{grafieklijn}} = \frac{300-0}{70-10} = 5{,}0 \text{ m/s}$$

Ook de afstand die Marieke heeft afgelegd, kun je met behulp van beide diagrammen bepalen. In het (x,t)-diagram lees je af dat Marieke na 75,0 s stopt bij de brievenbus. Ze heeft dan 300 m afgelegd.
In het (v,t)-diagram van figuur 2.25 gebruik je de oppervlaktemethode. De oppervlakte onder de grafiek is:

$$\tfrac{1}{2} \times 20 \times 5{,}0 + 45 \times 5{,}0 + \tfrac{1}{2} \times 10 \times 5{,}0 = 300 \text{ m}$$

Opgaven

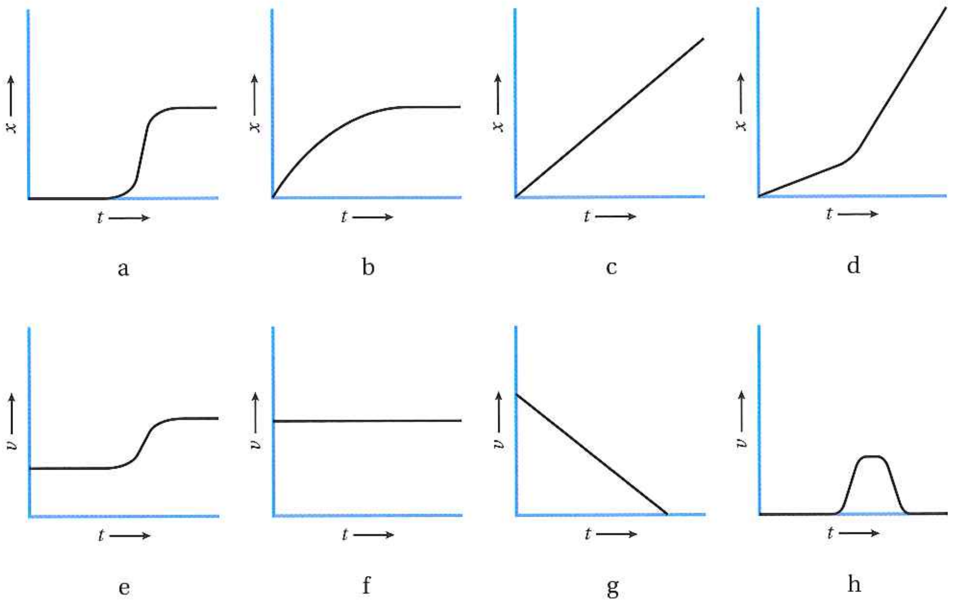
11 In figuur 2.26 staan vier (x,t)-diagrammen en vier (v,t)-diagrammen. Leg telkens uit welke twee diagrammen horen bij elk van de volgende situaties.

a Een fietser remt voor het stoplicht.

b Een auto rijdt iets verder in de file, en staat daarna weer stil.

c Een marathonloper rent met een constante snelheid.

d Een wielrenner rijdt een heuvel op en af.



Figuur 2.26

12 Een paard versnelt en gaat daardoor van draf over in galop. Van de beweging is een (x,t)-diagram en een (v,t)-diagram gemaakt. Zie de figuren 2.27 en 2.28.

De beweging is eenparig tussen $t = 0$ s en $t = 2$ s.

a Hoe zie je dat aan het (x,t)-diagram?

b En aan het (v,t)-diagram?

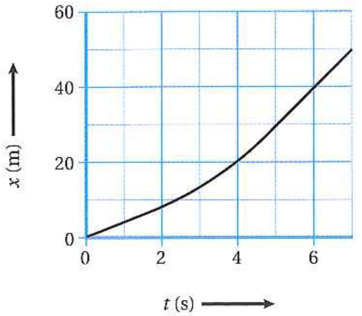
De snelheid neemt toe tussen $t = 2$ s en $t = 5$ s.

c Hoe zie je dat aan het (x,t)-diagram?

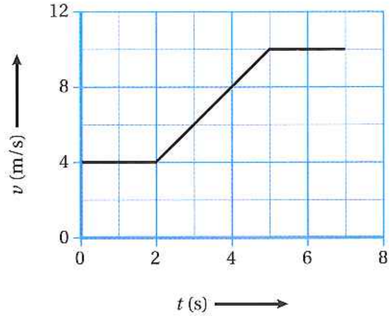
d En aan het (v,t)-diagram?

e Bepaal met behulp van diagram 2.27 de afstand die het paard nodig heeft om van draf over te gaan in galop.

f Bepaal met behulp van diagram 2.28 de afstand die het paard nodig heeft om van draf over te gaan in galop.



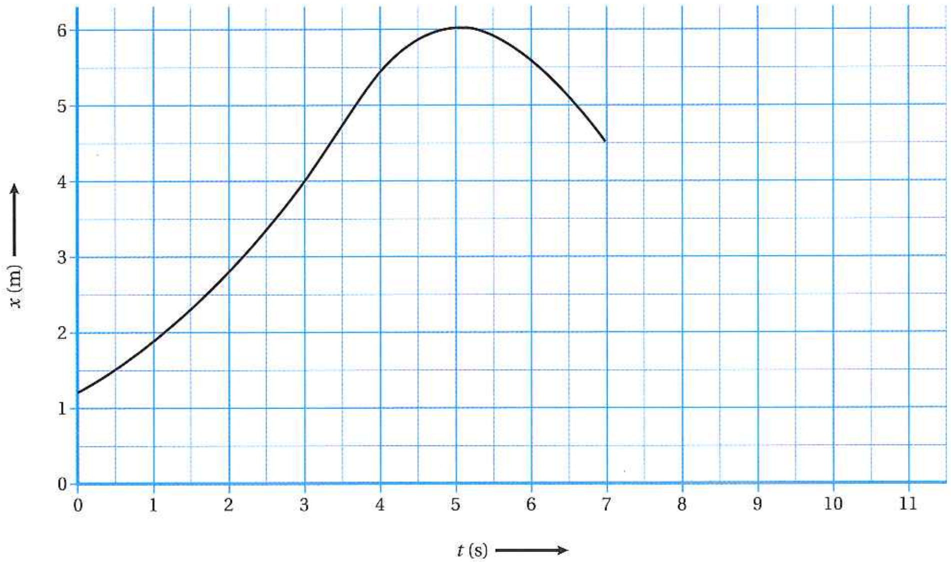
Figuur 2.27



Figuur 2.28

▶ werkblad 13 In figuur 2.29 staat het (hoogte, tijd)-diagram van een vuurpijl. Bepaal aan de hand van de figuur:

a op welke hoogte de vuurpijl is afgeschoten;
b de maximale hoogte van de vuurpijl;
c de beginsnelheid;
d de gemiddelde snelheid tussen $t = 1{,}0$ s en $t = 6{,}0$ s;
e de maximale snelheid.
f Zal de pijl eerder of later dan op $t = 10$ s op de grond vallen? Licht je antwoord toe.



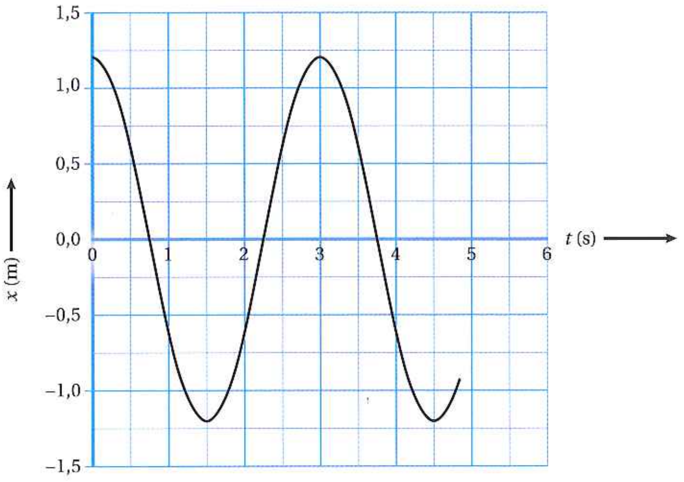
Figuur 2.29

werkblad 14 Een kleuter zit op een schommel. In figuur 2.30 staat het (x,t)-diagram.

a Toon aan dat de afstand tussen de uiterste standen van de schommel 2,4 m is.

b Bepaal de gemiddelde snelheid tussen de uiterste standen.

c Bepaal de maximale snelheid van de schommel.



Figuur 2.30

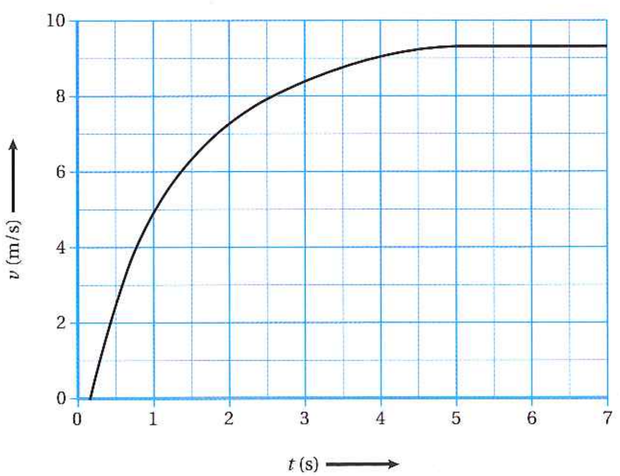
hulpblad 15 Een sprinter staat klaar voor de start van de 100 m. Op $t = 0{,}0$ s klinkt het startschot. Van het begin van de sprint is een (v,t)-diagram gemaakt. Zie figuur 2.31.

a Waarom begint de snelheid niet te stijgen op $t = 0{,}0$ s maar iets later?

b Bepaal de maximale snelheid van de sprinter.

Tussen $t = 0{,}0$ s en $t = 5{,}0$ s legt de sprinter 34 m af. Daarna blijft de snelheid van de sprinter constant.

c Bepaal de eindtijd van de sprinter.



Figuur 2.31

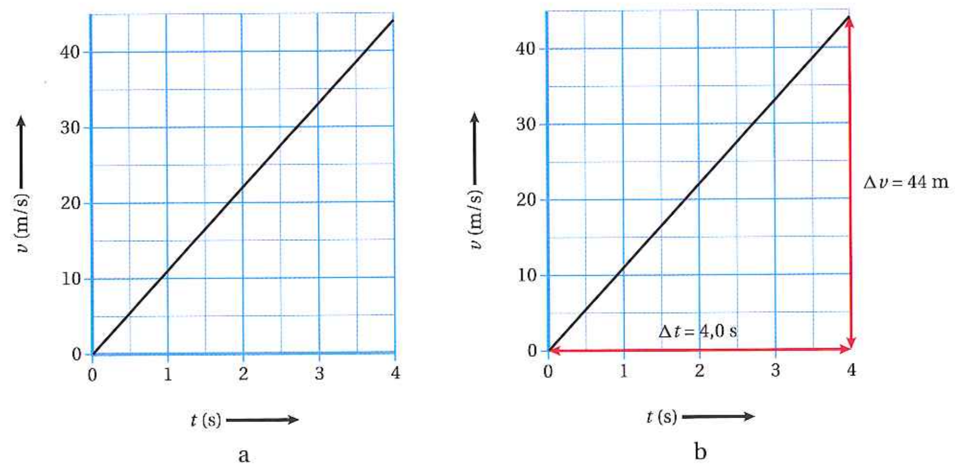
Op 15 oktober 1997 haalt Andy Green met zijn auto een snelheid van 1228 km/h. Dit is sneller dan het geluid! De twee Rolls Royce straalmotoren zorgen voor zo'n enorme versnelling dat 4,0 s na de start de snelheid al 160 km/h is. Wat is versnelling?

Figuur 2.32

2.4 Versnelde beweging

Versnellen

Als een auto wegrijdt, zie je zijn snelheid toenemen. De beweging van de auto noem je dan een **versnelde beweging**. De auto van Andy Green versnelde in 4,0 s vanuit stilstand tot 160 km/h (= 44,4 m/s). In figuur 2.33a zie je het (v,t)-diagram van de start.



Figuur 2.33

Je ziet dat de snelheid van de auto elke seconde evenveel toeneemt. Een beweging waarbij de snelheid gelijkmatig toeneemt, noem je een **eenparig versnelde beweging**.

Elke seconde neemt de snelheid toe met 11 m/s. Je zegt dan: de **versnelling** van de auto is gelijk aan 11 m/s². De eenheid m/s² betekent m/s per s.
De versnelling is dus gelijk aan de **steilheid** van de grafieklijn in het **(*v*,*t*)-diagram**.
De versnelling bereken je met de formule:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- a is de versnelling in m/s².
- Δv is de verandering van snelheid in m/s.
  $\Delta v = v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}$
- Δt is de benodigde tijd in s.
  $\Delta t = t_{\text{eind}} - t_{\text{begin}}$

In figuur 2.33b is de steilheid van de grafieklijn gelijk aan:

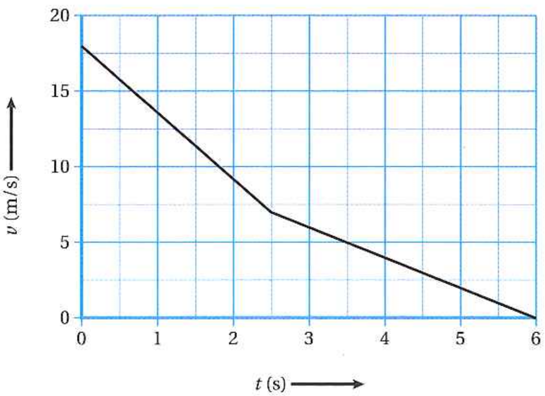
$$a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{grafieklijn}} = \frac{44}{4{,}0} = 11\ \text{m/s}^2$$

Vertragen

In figuur 2.34 zie je het (*v*,*t*)-diagram van een auto die een verkeerslicht nadert. De bestuurder trapt eerst op de rem en laat daarna de auto uitrollen. Tijdens het remmen daalt de snelheid van de auto in 2,5 s van 18,0 m/s naar 7,0 m/s. De versnelling is dus:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7{,}0 - 18{,}0}{2{,}5 - 0{,}0} = -4{,}4\ \text{m/s}^2$$

Omdat de snelheid afneemt, weet je dat de beweging vertraagd is. Je mag daarom ook zeggen: de **vertraging** is 4,4 m/s². Het –teken laat je dan weg.



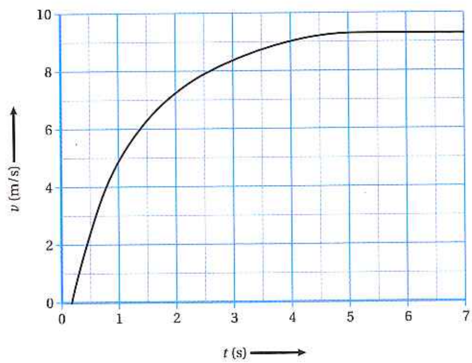
Figuur 2.34

Gemiddelde versnelling en versnelling op een tijdstip

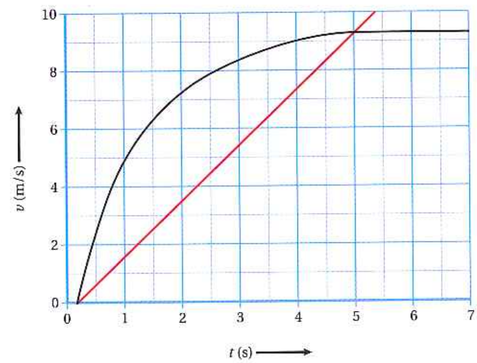
▶ **applet**
Rechtlijnige beweging

In figuur 2.35a zie je het (v,t)-diagram van de sprinter van opgave 15. Tijdens de eerste 5 s neemt de snelheid van de sprinter toe, maar zijn snelheid neemt niet elke seconde toe met dezelfde waarde. Het is wel een versnelde beweging maar niet eenparig versneld, omdat de versnelling niet constant is.
De gemiddelde versnelling bepaal je met de steilheid van de snijlijn. Zie figuur 2.35b.
Uit de steilheid van de snijlijn volgt de gemiddelde versnelling.

$$a_{gem} = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{snijlijn}} = \frac{10{,}0 - 0{,}0}{5{,}4 - 0{,}2} = 1{,}9 \text{ m/s}^2$$



Figuur 2.35a

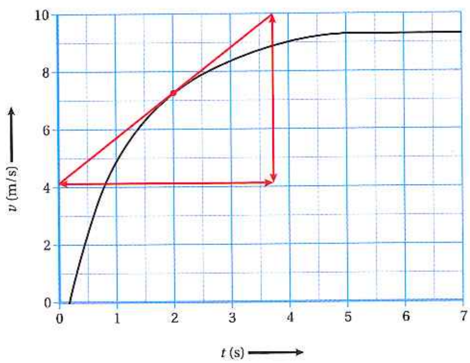


Figuur 2.35b

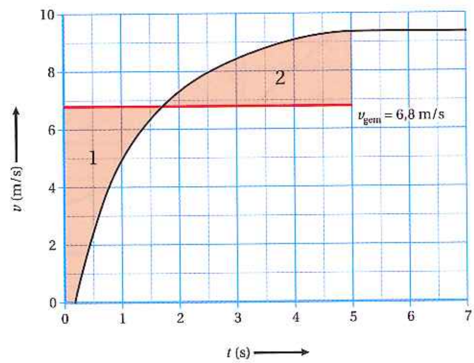
De grootte van de versnelling op een tijdstip bepaal je met de **raaklijnmethode**. Je tekent dan de raaklijn aan de (v,t)-grafiek. In figuur 2.35c is dat gedaan op $t = 2{,}0$ s.
De versnelling van de sprinter op $t = 2{,}0$ s is dus:

$$a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}} = \frac{10{,}0 - 4{,}2}{3{,}7 - 0{,}0} = 1{,}6 \text{ m/s}^2$$

Vanaf $t = 5{,}0$ s verandert de snelheid van de sprinter niet meer. De beweging is dan eenparig. De (v,t)-grafiek loopt horizontaal en de versnelling is dan 0 m/s².



Figuur 2.35c



Figuur 2.35d

Wiskundig gezien is de versnelling de afgeleide van de snelheid.

In plaats van $a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$ noteer je dus: $a = \frac{dv}{dt}$

Verplaatsing

▶ practicum
Videometing

Met de **oppervlaktemethode** bepaal je de verplaatsing in een (v,t)-diagram. Ook als de snelheid niet gelijkmatig verandert, is dit mogelijk. Je moet dan eerst de gemiddelde snelheid schatten. De gemiddelde snelheid tussen $t = 0$ s en $t = 5{,}0$ s is gelijk aan 6,8 m/s. Zie figuur 2.35d. Dat zie je doordat de oppervlakte van het rode gebied boven de lijn $v = 6{,}8$ m/s gelijk is aan de oppervlakte van het rode gebied onder die lijn. Gebied 1 en 2 zijn even groot. Dan is de oppervlakte onder de kromme lijn gelijk aan de oppervlakte onder de rode rechte lijn bij $v = 6{,}8$ m/s.
Voor de afstand die de sprinter aflegt tussen $t = 0{,}0$ s en $t = 5{,}0$ s geldt dan:

$$s = v_{\text{gem}} \cdot \Delta t = 6{,}8 \times 5{,}0 = 34 \text{ m}$$

Opgaven

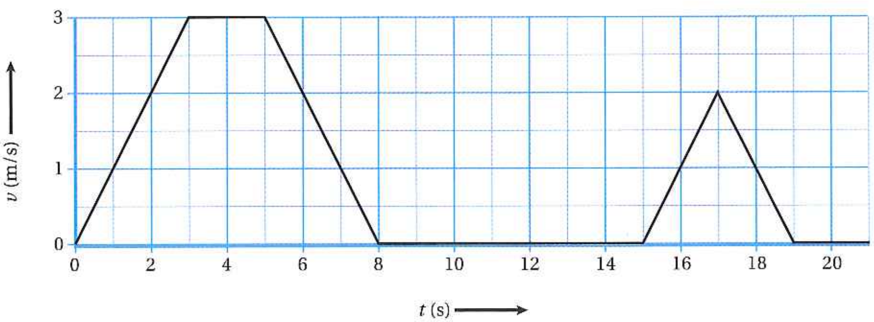
16 In figuur 2.36 zie je het (v,t)-diagram van een lift.

a Leg uit dat de beweging van de lift tussen $t = 3{,}0$ s en $t = 5{,}0$ s eenparig is.

b Tijdens welke intervallen is de beweging van de lift eenparig versneld?

c Tijdens welke intervallen is de beweging van de lift eenparig vertraagd?

d Leg uit dat de versnelling tussen $t = 0{,}0$ s en $t = 3{,}0$ s gelijk is aan de versnelling tussen $t = 15{,}0$ s en $t = 17{,}0$ s.



Figuur 2.36

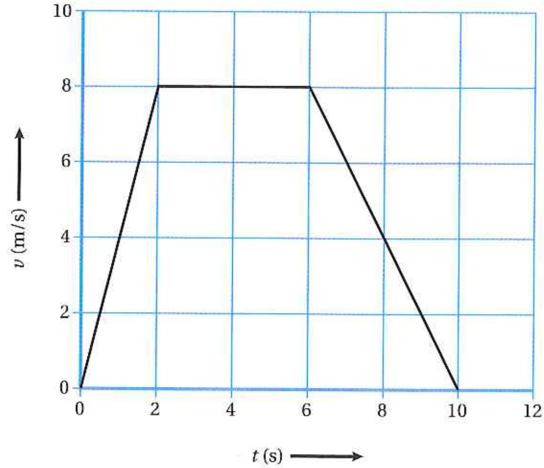
17 Volgens de wet moet een auto op een droge weg kunnen remmen met een remvertraging van minimaal 5,2 m/s². Een auto die met een snelheid van 120 km/h rijdt, remt met deze vertraging.

a Toon aan dat de auto na 6,4 s stilstaat.

b Teken het (v,t)-diagram van deze beweging.

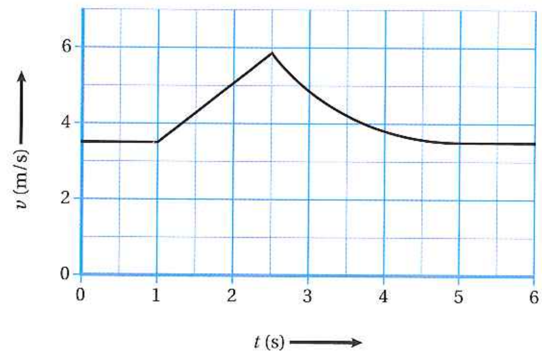
c Bepaal aan de hand van je diagram de afstand die de auto tijdens het remmen aflegt.

▶ werkblad 18 Joris probeert de trein te halen en begint te rennen. Helaas rijdt de trein net weg.
In figuur 2.37 zie je het (v,t)-diagram van Joris.
a Leg uit dat de trein op $t = 6{,}0$ s vertrekt.
Bepaal aan de hand van het diagram:
b de versnelling gedurende de eerste 2,0 s;
c de afstand die Joris aflegt tussen $t = 0{,}0$ s en $t = 10{,}0$ s;
d de gemiddelde snelheid van de hele beweging;
e de vertraging van Joris na $t = 6{,}0$ s.



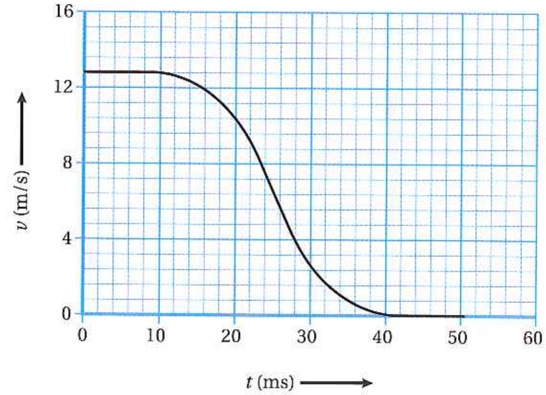
Figuur 2.37

▶ hulpblad
▶ werkblad 19 Danai rijdt richting een verkeerslicht als het op oranje springt. Zij versnelt totdat zij het stoplicht is gepasseerd. In figuur 2.38 staat het (v,t)-diagram van haar beweging.
a Leg uit dat het stoplicht op $t = 1{,}0$ s op oranje springt.
Op $t = 2{,}5$ s passeert Danai het stoplicht.
b Bepaal de versnelling tussen $t = 1{,}0$ s en $t = 2{,}5$ s.
c Bepaal hoe ver ze op $t = 1{,}0$ s van het stoplicht verwijderd was.
d Bepaal de afstand die Danai heeft afgelegd tussen $t = 1{,}0$ en $t = 5{,}0$ s.



Figuur 2.38

▶ werkblad 20 Een auto heeft een kreukelzone en een kooiconstructie. De kreukelzone 'verkreukelt' bij een botsing, maar de kooi blijft intact. Tijdens een test rijdt een auto tegen een betonnen wand. In figuur 2.39 staat het (v,t)-diagram.
a Bepaal hoe lang de botsing duurt.
b Bepaal de lengte waarover de kreukelzone verkreukelt tijdens de botsing.
c Bepaal de gemiddelde versnelling tijdens de botsing.
d Bepaal de maximale versnelling tijdens de botsing.



Figuur 2.39

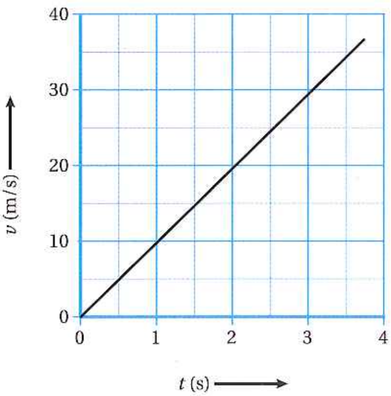
Een kat komt altijd op haar pootjes terecht. Tijdens een val draait zij zich zo dat haar poten naar de grond wijzen. De kat gebruikt haar poten als veren, zodat zij de klap overleeft. Met welke snelheid raakt een kat de grond als zij van een balkon valt?

Figuur 2.40

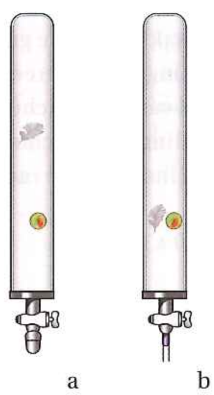
2.5 Gebruik van diagrammen

Vrij val, valbeweging zonder luchtweerstand

Laat je je telefoon vallen, dan wordt zijn snelheid steeds groter. Het verloop van de snelheid van een vallend voorwerp zie je in figuur 2.41. Als je telefoon 1,5 s erover doet om de grond te bereiken, raakt hij de grond met een snelheid van bijna 15 m/s = 54 km/h. Dat overleeft hij niet.



Figuur 2.41



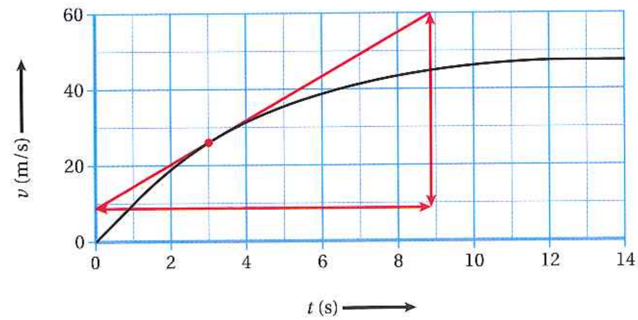
Figuur 2.42

In de buis van figuur 2.42a bevinden zich een knikker en een veertje. Als je de buis omdraait, raakt de knikker de onderkant van de buis eerder dan het veertje. Pomp je de lucht uit de buis, dan krijg je de situatie van figuur 2.42b. De knikker en het veertje komen dan op hetzelfde moment beneden. Dit komt doordat ze dan geen last van de lucht hebben. Zo'n beweging heet een **vrije val**.

Een vrije val is een eenparig versnelde beweging. De versnelling tijdens een vrije val heet de **valversnelling** of **gravitatieversnelling**. In plaats van het symbool a gebruik je meestal het symbool g. In Nederland geldt $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. Dat zie je ook aan de steilheid van de grafiek in figuur 2.41. Op de evenaar is g iets kleiner en op de polen iets groter. In BINAS tabel 31 vind je de gravitatieversnelling op andere hemellichamen.

Valbeweging met luchtweerstand

In figuur 2.43 staat het (v,t)-diagram van een parachutist die uit een vliegtuig is gesprongen. Je ziet dat de snelheid toeneemt, totdat de eindsnelheid is bereikt. Alle vallende voorwerpen krijgen na een bepaalde tijd een snelheid die niet meer toeneemt. Deze eindsnelheid hangt af van de massa, de vorm en de afmetingen van het voorwerp.



Figuur 2.43

Teken je op $t = 0$ s de raaklijn aan de grafiek van figuur 2.43, dan is de steilheid gelijk aan $10\ \mathrm{m/s^2}$. Dit komt ongeveer overeen met de valversnelling $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. Op dat moment is de snelheid van de parachutist klein en merkt hij nog weinig van de luchtweerstand. De versnelling wordt echter steeds kleiner. Dat zie je aan de steilheid van de grafiek. Voor de steilheid van de raaklijn op $t = 3{,}0$ s geldt:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{60 - 9}{8{,}8 - 0{,}0} = 5{,}8\ \mathrm{m/s^2}$$

De lengte van een startbaan

Een Boeing 737 met een bepaalde lading kan pas loskomen van de startbaan als zijn snelheid 80 m/s is. De startbaan moet lang genoeg zijn, zodat het vliegtuig deze snelheid kan bereiken. De versnelling van de Boeing is $1{,}5\ \mathrm{m/s^2}$.
Om de lengte van de startbaan te berekenen, ga je eerst een (v,t)-diagram tekenen. De grafiek is een rechte lijn. De tijd dat de Boeing versnelt tot 80 m/s bereken je met:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

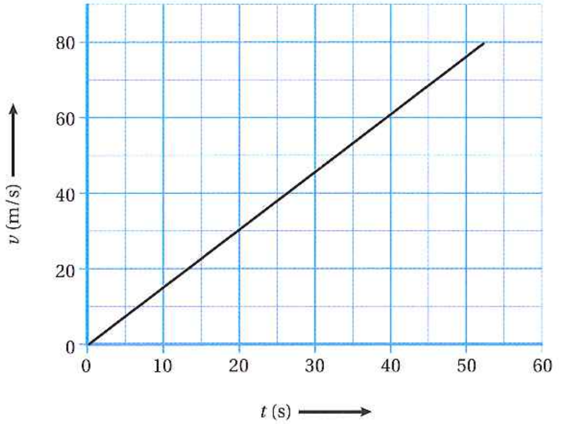
$$1{,}5 = \frac{80 - 0}{\Delta t} \text{ dus } \Delta t = 53\ \mathrm{s}.$$

Het duurt 53 s voordat de snelheid 80 m/s is.

Je kunt nu het (v,t)-diagram van figuur 2.44 tekenen.
De oppervlakte onder de grafiek is:

$$\tfrac{1}{2} \times 53 \times 80 = 2{,}1 \cdot 10^3 \text{ m} = 2{,}1 \text{ km}$$

De startbaan moet dus minimaal 2,1 km lang zijn.

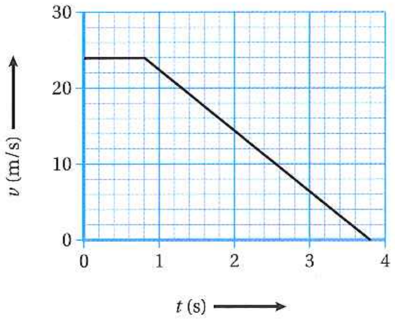


Figuur 2.44

De stopafstand

▶ **applet**
De twee-secondenregel

Een auto rijdt met een constante snelheid van 24 m/s. Plotseling moet hij remmen voor een overstekende hond. De afstand die nodig is om tot stilstand te komen, heet de **stopafstand**. Het verloop van de snelheid van de auto zie je in figuur 2.45.
Op $t = 0$ s ziet de automobilist de hond voor het eerst. De snelheid neemt de eerste 0,80 s niet af. In deze tijd verwerkt de automobilist het beeld van de hond en beweegt zijn rechtervoet van het gaspedaal naar de rem. Deze tijd heet de **reactietijd**.



Figuur 2.45

Tijdens de reactietijd verandert de snelheid niet. De **reactieafstand** die de auto aflegt tijdens de reactietijd, is de oppervlakte onder de (v,t)-grafiek tussen 0 s en 0,80 s. Dus:

$$s = 24{,}0 \times 0{,}80 = 19 \text{ m}$$

Vervolgens remt de automobilist. De beweging is eenparig vertraagd: de snelheid neemt constant af. De **remafstand** die de auto aflegt tijdens het remmen is gelijk aan de oppervlakte onder de (v,t)-grafiek tussen 0,80 s en 3,80 s. De oppervlakte van deze driehoek is:

$$s = \tfrac{1}{2} \times (3{,}80 - 0{,}80) \times 24{,}0 = 36 \text{ m}$$

De stopafstand is de reactieafstand plus de remafstand: $19 + 36 = 55$ m.

Opgaven

21 Tijdens het onderdeel afdaling op de Olympische Winterspelen komen skiërs met een snelheid van 120 km/h een helling af. Onderaan de helling is een horizontaal stuk waar de skiërs tot stilstand komen. De skiërs remmen dan met een vertraging van 6,5 m/s^2.

a Toon aan dat de skiërs na 5,1 s stilstaan.

b Bereken de minimale lengte van het horizontale deel.

▶ werkblad
▶ hulpblad

22 Als je alcohol gedronken hebt, is je reactietijd een stuk langer dan wanneer je nuchter bent. Om het gevolg van de reactietijd op de stopafstand te meten, doen Claire en Halima een experiment. Claire rijdt met een constante snelheid. Wanneer Halima 'stop' roept, remt ze zo snel mogelijk. Van de meting maken ze een (v,t)-diagram. Zie figuur 2.46. Halima roept 'stop' op $t = 0{,}0$ s.

a Bepaal de snelheid van Claire vóór het remmen in km/h.

b Bepaal de reactietijd van Claire.

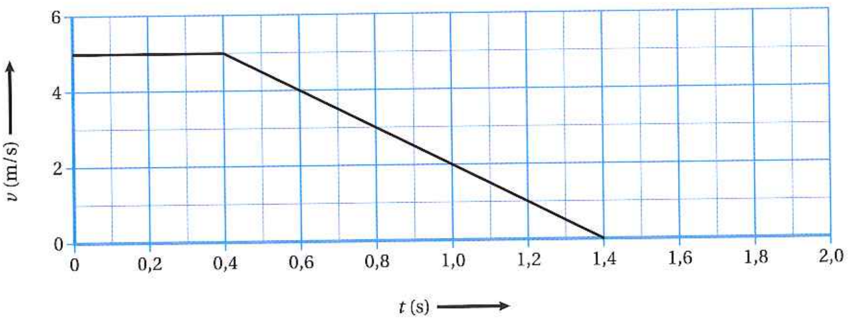
c Bepaal de stopafstand van Claire.

Om het effect van alcohol op de reactietijd te simuleren, herhalen Claire en Halima het experiment. Deze keer remt Claire pas na 0,8 s.

d Teken in figuur 2.46 hoe de snelheid van Claire verloopt bij dit experiment.

e Bepaal opnieuw de stopafstand van Claire.

f Leg uit dat uit deze simulatie volgt dat alcohol je remafstand niet beïnvloedt, maar wel je stopafstand.



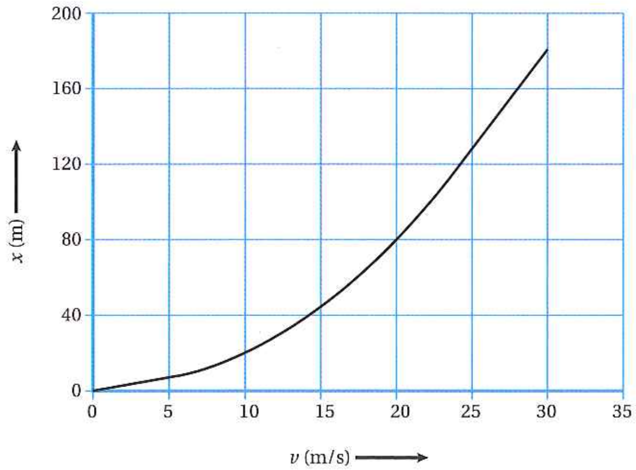
Figuur 2.46

▶ hulpblad

23 Een vrachtwagen rijdt met een snelheid van 90 km/h over de snelweg. Plotseling steekt een ree de weg over op een afstand van 150 m. Van de vrachtwagen is de lengte van de remweg bij verschillende snelheden bekend. Zie figuur 2.47.

a Toon met behulp van de figuur aan dat de remweg van de vrachtwagen gelijk is aan $1{,}3 \cdot 10^2$ m.

b Bereken de maximale reactietijd van de chauffeur zodat hij de ree niet aanrijdt.



Figuur 2.47

▶ hulpblad

24 De kat Milou valt van een balkon af. Milou maakt een vrije val die 1,27 s duurt.

a Laat zien dat Milou de grond raakt met een snelheid van 12,5 m/s.

b Maak een (v,t)-diagram van de val.

c Bepaal vanaf welke hoogte Milou viel.

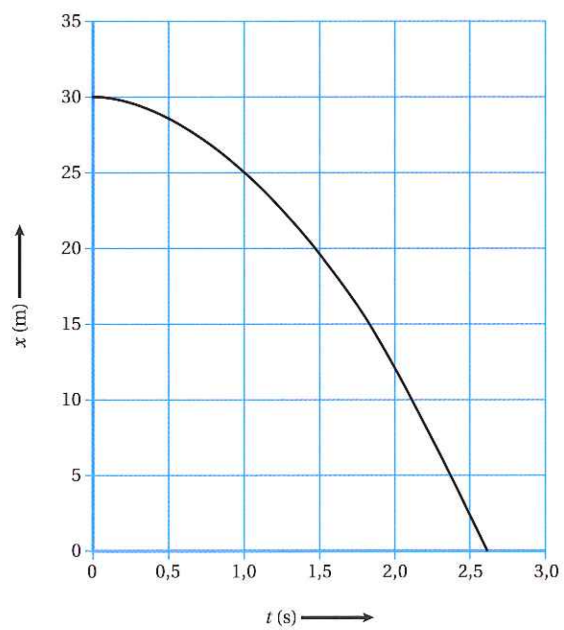
▶ werkblad
▶ hulpblad

25 Bob zit in een reuzenrad een ijsje te eten. Op een gegeven moment laat hij zijn ijsje per ongeluk uit de gondel vallen. Een voorbijganger filmt de val, en maakt een (hoogte, tijd)-diagram van de val van het ijsje. Zie figuur 2.48.

a Toon aan dat de snelheid waarmee het ijsje de grond raakt gelijk is aan 21 m/s.

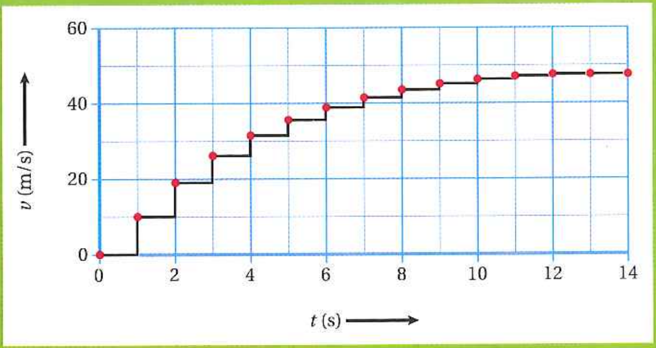
b Bepaal met behulp van het antwoord op vraag a de gemiddelde versnelling van het ijsje. Neem aan dat op $t = 0$ s de snelheid 0 m/s is.

c Maakte het ijsje een vrije val? Licht je antwoord toe.



Figuur 2.48

Als iets valt met luchtweerstand krijg je een versnelde beweging die overgaat in een eenparige beweging. Zo'n ingewikkelde beweging kun je benaderen met een serie eenvoudige bewegingen, door middel van numerieke natuurkunde. Hoe werkt dat?



Figuur 2.49

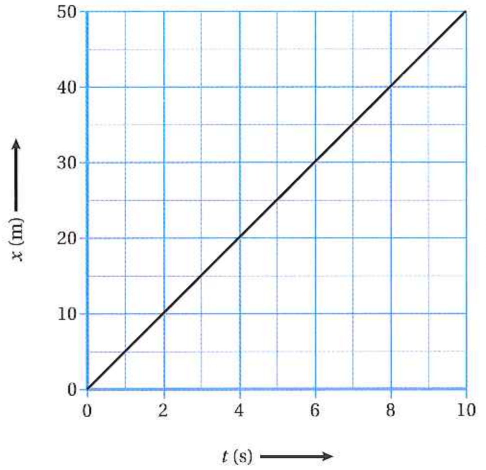
2.6 Numerieke rekenmethode

Het is lastig om de valbeweging met luchtweerstand wiskundig te beschrijven. Dat komt omdat de versnelling tijdens de val verandert.
De **numerieke rekenmethode** biedt uitkomst. Deze methode verdeelt de beweging in een groot aantal tijdstappen.
Vervolgens pas je in elke **tijdstap** een vereenvoudigde vorm van de natuurkunde toe.
Bij de valbeweging met luchtweerstand is dat de eenparige beweging.
In figuur 2.49 is de tijdstap 1,0 s.

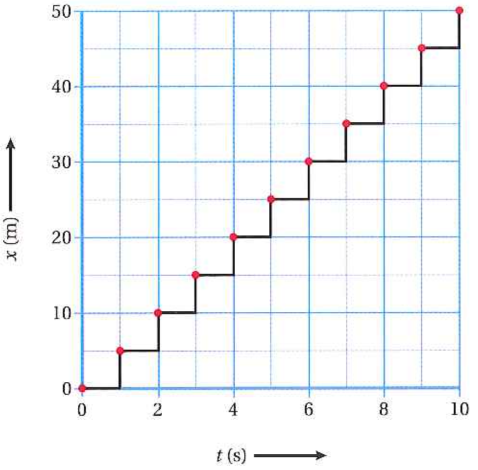
Model van een eenparige beweging

De numerieke rekenmethode gaat uit van een **dynamisch model**. In zo'n model staat niet beschreven hoe groot bepaalde variabelen zijn, maar wel hoe die variabelen in een tijdstap veranderen. Hoe de numerieke rekenmethode werkt, zie je aan het model van een eenparige beweging.

Je fietst met een constante snelheid van 18 km/h = 5,0 m/s. Als je wilt uitrekenen hoe groot de verplaatsing na 10 seconden is, gebruik je de formule $\Delta x = v \cdot \Delta t$.
Na 10 seconden is de verplaatsing $5 \times 10 = 50$ m. In figuur 2.50 staat het (x,t)-diagram van deze beweging. Je ziet dat de plaats geleidelijk toeneemt.



Figuur 2.50



Figuur 2.51

Bij de numerieke rekenmethode verdeel je de tijdsduur van 10 seconden bijvoorbeeld in tijdstappen van 1,0 s. Zie figuur 2.51. Tijdens het verstrijken van 1,0 s neemt de verplaatsing toe met 5,0 m. Toch verandert bij de numerieke rekenmethode de plaats binnen een tijdstap niet. Pas aan het eind van de tijdstap wordt de verplaatsing in die tijdstap opgeteld bij de plaats aan het begin van die tijdstap. De plaats gaat dan met een sprongetje omhoog. De plaats aan het eind van de tijdstap is dan gelijk aan de plaats bij het begin van de volgende tijdstap.

De punten in figuur 2.51 liggen op een rechte lijn. Toch mag je die rechte lijn niet tekenen, omdat de plaats binnen de tijdstap van die ene seconde volgens de numerieke rekenmethode dezelfde waarde houdt. Wil je de plaats op bijvoorbeeld $t = 4{,}5$ s weten, dan moet je de **stapgrootte** verkleinen tot 0,5 s. Dan komt het tijdstip 4,5 s voor in het diagram.

Als je veel stappen in de tijd moet maken, kun je de berekeningen nauwelijks meer 'met de hand' doen. Dan is een computer nodig die razendsnel duizenden van die stappen achter elkaar kan maken. Er bestaan allerlei computerprogramma's waarmee je numerieke berekeningen uitvoert. In dit boek wordt het onderdeel Modelleren uit het programma Coach gebruikt.

Numerieke rekentaal

De numerieke rekenmethode bestaat uit een **model** met **startwaarden**. In model 2.1 staan de instructies voor een eenparige beweging. In het model worden grootheden niet cursief weergegeven.

Regel	Modelregels	Startwaarden
1	dx := v * dt	dt = 1,0 's t = 0 's v = 5,0 'm/s x = 0 'm
2	x := x + dx	
3	t := t + dt	

Model 2.1

In de tweede kolom staan de modelregels. In dit model staat **t** voor de tijd, **dt** voor de tijdsduur van een stap, **v** voor de snelheid, **x** voor de plaats en **dx** voor de verplaatsing tijdens de tijdstap **dt**. Ook de startwaarden zijn op deze manier genoteerd. Een computer vat alles na een apostrof (') op als commentaar. Daar doet de computer niets mee. Dat betekent ook dat de computer niet weet in welke eenheden jij rekent. Druk je de tijd bijvoorbeeld uit in minuten en de afstand in kilometers, dan wordt de snelheid dus berekend in km/min.
Je moet het model als volgt lezen.

Regel 1

dx := v * dt

In deze regel wordt de verplaatsing tijdens een tijdstap **dt** berekend. Meestal wordt de tijdstap **dt** zo klein gekozen dat gedurende die tijdstap een grootheid weinig verandert en daarom in het model als constant wordt beschouwd. Je ziet dat modelregel 1 is afgeleid van $v = \frac{dx}{dt}$.

Regel 2

x := x + dx

Dit lijkt op het eerste gezicht wat vreemd. Je moet ':=' echter lezen als 'wordt gelijk aan'. Er staat dus: de nieuwe plaats **x** wordt gelijk aan de oude plaats **x** plus de verplaatsing **dx**.

Regel 3

t := t + dt

Dit geeft aan dat de tijd één tijdstap **dt** verder moet springen. Er staat dus: de nieuwe tijd **t** wordt gelijk aan de oude tijd **t** plus tijdstap **dt**.

In de kolom met startwaarden wordt de beginsituatie vastgelegd.

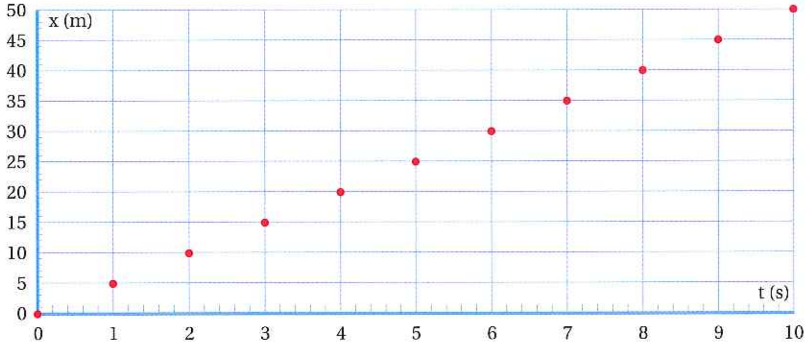
dt = 1,0	's	De tijd is verdeeld in tijdstappen van 1,0 s.
t = 0	's	De tijd loopt vanaf $t = 0$ s.
v = 5,0	'm/s	Op $t = 0$ s is de snelheid 5,0 m/s.
x = 0	'm	Op $t = 0$ s is de plaats 0 m.

Uitvoering van het programma

De computer begint met het 'inlezen' van de startwaarden van het model. Daarmee zijn de plaats en de snelheid op $t = 0$ s bekend. Dan begint de uitvoering van het model met regel 1 en wordt de waarde van **dx** berekend.
Vervolgens gaat de computer naar regel 2. Voor **dx** wordt nu de waarde gebruikt die in regel 1 is berekend en wordt de nieuwe waarde van **x** berekend.
In regel 3 wordt tenslotte de nieuwe tijd berekend.

Na deze bewerking begint de computer weer van voren af aan bij regel 1. In regel 1 wordt weer **dx** berekend.
In dit voorbeeld is de waarde van **dx** niet veranderd omdat de snelheid **v** en de tijdstap **dt** niet zijn veranderd. In regel 2 wordt **dx** opgeteld bij de waarde van **x** die in de eerste cyclus is berekend. Vervolgens wordt in regel 3 weer de nieuwe tijd berekend. Enzovoorts. Zo'n proces noem je een **iteratief proces**.

In dit model krijgen de grootheden plaats **x** en tijd **t** bij elke cyclus een nieuwe waarde. Deze nieuwe waarden worden dan gebruikt in de eerstvolgende rekencyclus. De computer blijft doorrekenen tot hij wordt onderbroken of tot een (van tevoren bepaald) aantal cycli is doorgerekend. In figuur 2.52 zie je het resultaat van de berekening voor de eerste 10 seconde van de fietstocht.
Maak je de tijdstappen voldoende klein, dan gaat figuur 2.52 over in figuur 2.50.



Figuur 2.52

Opgaven

▶ werkblad 26 Je zet 1000 euro op een spaarrekening met een rente van 5,0%. De rente wordt aan het eind van elk jaar bijgeschreven op je spaarrekening. In tabel 2.1 is dit weergegeven voor het eerste jaar.

a Bereken met behulp van tabel 2.1 het bedrag dat na 5 jaar op je spaarrekening staat.

tijd aan het begin van de tijdstap (jaar)	tijd aan het eind van de tijdstap (jaar)	bedrag aan het begin van de tijdstap (Euro)	toename bedrag (Euro)	bedrag aan het eind van de tijdstap (Euro)
0,0	1,0	1000	50	1050
1,0				
:				
5,0				

Tabel 2.1

Regel	Modelregels	Startwaarden
1	db := r * b	
2	b := b + db	
3	t := t + dt	

Model 2.2

In model 2.2 staan de modelregels voor een numeriek model van de spaarrekening.

b Noteer de startwaarden met de erbij behorende eenheden.

Aan het begin van elk jaar zet je 100 euro extra op je spaarrekening. Om het model van de spaarrekening aan te passen, moet één modelregel vervangen worden.

c Noteer de nieuwe modelregel.

27 Je fietst van school naar huis. Je gaat steeds sneller fietsen, waarbij je snelheid elke seconde met 0,5 m/s toeneemt. In model 2.3 staan de modelregels van deze eenparig versnelde beweging. De benodigde startwaarden ontbreken nog.

a Van welke formule is modelregel 1 afgeleid?

b Noteer de startwaarden met de eenheden.

Regel	Modelregels	Startwaarden
1	dv := a * dt	
2	v := v + dv	
3	dx := v * dt	
4	x := x + dx	
5	t := t + dt	

Model 2.3

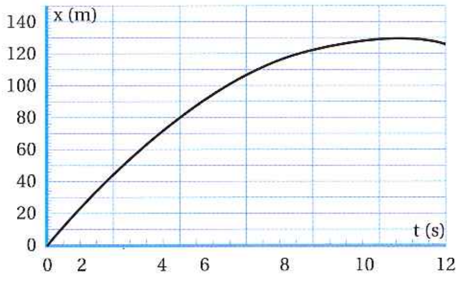
28 Een trein rijdt met een snelheid van 90 km/h. Vanaf $t = 0$ s remt de trein af met een constante vertraging van 2,4 m/s². Het model van de remmende trein is gelijk aan model 2.3. Alleen de startwaarden zijn anders.

a Noteer de startwaarden en gebruik de eenheden van het SI.

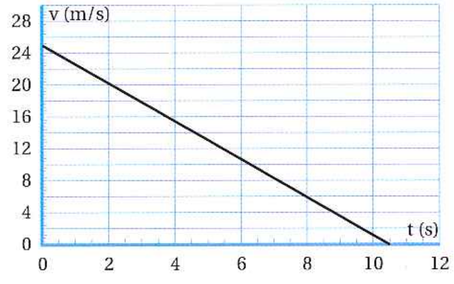
In figuren 2.53 en 2.54 staan de diagrammen die je met behulp van Coach kunt maken.

b Bepaal de remafstand van de trein.

c Leg uit waarom het (x,t)-diagram een maximum heeft.



Figuur 2.53



Figuur 2.54

29 De vrije val is een eenparig versnelde beweging. Dus kun je model 2.3 als basismodel gebruiken. In plaats van een (x,t)-diagram wil je een (h,t)-diagram maken. Hier stelt h de hoogte boven de grond voor.

Ontwerp een model met bijbehorende startwaarden, zodat Coach een (h,t)-diagram tekent. Neem als valhoogte $h = 1600$ m.

2.7 Afsluiting

Samenvatting

In dit hoofdstuk heb je kennisgemaakt met rechtlijnige bewegingen. Een beweging met een constante snelheid heet een eenparige rechtlijnige beweging. Als de snelheid gelijkmatig toeneemt, heet de beweging een eenparig versnelde beweging. Bij een eenparig vertraagde beweging neemt de snelheid juist gelijkmatig af. In een numeriek model bouw je elke beweging op uit stukjes eenparige beweging.

Een vrije val is een bijzondere eenparig versnelde beweging. De versnelling van zo'n beweging heeft een vaste waarde, die je aangeeft met g. Er is sprake van een vrije val als de luchtweerstand verwaarloosd mag worden.

Bewegingen kun je herkennen aan het (x,t)-diagram en het (v,t)-diagram.

Met behulp van een (x,t)-diagram bepaal je:

- de plaats op elk tijdstip;
- de verplaatsing in een bepaalde tijdsduur;
- de gemiddelde snelheid in een bepaalde tijdsduur;
- de snelheid op elk tijdstip met de raaklijnmethode.

Met behulp van een (v,t)-diagram bepaal je:

- de snelheid op elk tijdstip;
- de verplaatsing in een bepaalde tijdsduur met de oppervlaktemethode;
- de gemiddelde snelheid in een bepaalde tijdsduur met de oppervlaktemethode;
- de versnelling op elk tijdstip met de raaklijnmethode.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

verplaatsing	$s = \Delta x = x_{\text{eind}} - x_{\text{begin}}$
gemiddelde snelheid	$v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
gemiddelde snelheid (grafisch)	$v_{\text{gem}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{snijlijn}}$
snelheid op een tijdstip (grafisch)	$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$
verplaatsing bij eenparige beweging	$s = v \cdot t$
gemiddelde versnelling	$a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
gemiddelde versnelling (grafisch)	$a_{\text{gem}} = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{snijlijn}}$
versnelling op een tijdstip (grafisch)	$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$

Een deel van de formules kun je terugvinden in BINAS in tabel 35 A Mechanica.
In BINAS tabel 31 vind je de valversnelling (gravitatieversnelling) op andere hemellichamen.

Opgaven

▶ hulpblad

30 Milan bestudeert een stuiterbal. Hij maakt met behulp van een videometing een (v,t)-diagram van de beweging. Zie figuur 2.55. De snelheid is positief als de bal naar beneden beweegt, en negatief als de bal naar boven beweegt.

a Toon aan dat hij de stuiterbal van een hoogte van 1,6 m liet vallen.

b Leg uit waarom de snelheid op $t = 0{,}57$ s negatief wordt.

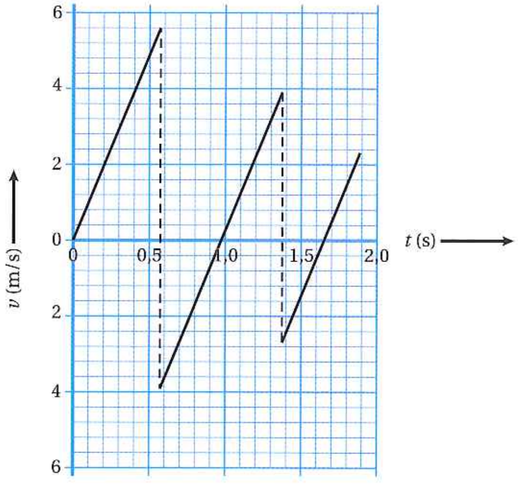
c Bepaal uit het diagram hoeveel keer Milan de bal heeft laten stuiteren, voordat hij hem ving.

d Leg hoe uit het diagram blijkt dat de versnelling tijdens het stijgen en dalen gelijk is.

e Bepaal de grootte van de versnelling.

Milan concludeert dat de maximale snelheid die de bal bereikt omgekeerd evenredig is met het aantal keer dat de bal stuitert.

f Leg uit of je met Milan eens bent.



Figuur 2.55

▶ werkblad
▶ hulpblad

31 'Space Shot' is een spectaculaire attractie in het pretpark 'Walibi Holland'. Zie figuur 2.56. In deze attractie kan een groep mensen zich laten 'lanceren'. In een reclamefolder van Walibi Holland staat:
"Een sensationele lancering met een snelheid van 85 kilometer per uur, 60 meter omhoog. Een rit valt te vergelijken met een lancering van de Space Shuttle, waarbij je de spanning kan voelen die de astronauten ervaren als zij vertrekken van Cape Canaveral. Je ondergaat een versnelling van 4g!"

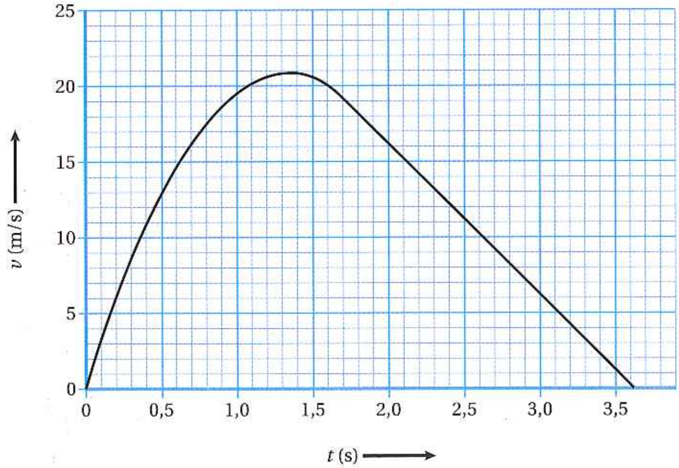
Esther wil een aantal gegevens uit deze reclamefolder controleren. Ze maakt een (v,t)-grafiek van de beweging tot aan het hoogste punt. Zie figuur 2.57. Bepaal of de onderstaande beweringen uit de folder kloppen met haar metingen:

a De maximale snelheid is 85 km/h.

b Tijdens de lancering ga je 60 m omhoog.

c De versnelling tijdens de lancering is 4g.

Figuur 2.56



Figuur 2.57